

## Esercizi svolti di matematica



Quest'opera è stata rilasciata con licenza Creative Commons Attribuzione - Non commerciale - Condividi allo stesso modo 3.0 Italia. Per leggere una copia della licenza visita il sito web <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/it/> o spedisce una lettera a Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

Andrea de Capoa

18 marzo 2022



**Problema su: Algebra - AL0001**

**Testo** [AL0001] [1 ★ 2🕒 2a📖] Risolvi il seguente sistema di disequazioni lineari.

$$(a) \begin{cases} 3x + 5 < x + 7 \\ -3x + 5 > -2x + 7 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} 2x + 2 > 3x - 4 \\ x - 3 > -x + 2 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} 7x + 2 > 3x - 4 \\ x - 3 > -2x + 3 \end{cases}$$

$$(g) \begin{cases} -5x + 6 > -2x + 9 \\ x + 2 < -4x - 7 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x + 2 > 3x - 4 \\ x - 2 > -2x + 1 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} 3x + 2 > 2x - 4 \\ -x + 3 > x + 2 \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} x - 2 > 3x + 4 \\ x + 1 > -x + 2 \end{cases}$$

**Spiegazione** In un sistema di disequazioni di primo grado dovete risolvere entrambe le disequazioni; successivamente dovete risolvere il sistema, cioè trovare l'intervallo o gli intervalli di valori nei quali entrambe le disequazioni sono contemporaneamente verificate.

**Svolgimento** [AL0001] [2 ★ 10🕒 2a📖] Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni

$$(a) [x < -2]$$

$$(c) \left[ \frac{5}{2} < x < 6 \right]$$

$$(d) \left[ -6 < x < \frac{1}{2} \right]$$

$$(f) [impossibile]$$

$$(b) [1 < x < 3]$$

$$(e) [x > 2]$$

$$(g) \left[ x < -\frac{9}{5} \right]$$

**Problema su: Algebra - AL0003**

**Testo** [AL0003] [1 ★ 1 📖 2a 📖] Fattorizza la seguente somma.

(a)  $3 + 2x + 6y + 4xy$

(b)  $2 + 3k + 6x + 9kx$

(c)  $5 + 10y + 2k + 4ky$

(d)  $5 + 3k + 10x + 6kx$

(e)  $x^2y + x^2k + axy + axk$

(f)  $x^2 + xk + by + xy + bx + bk$

(g)  $2x^2 - 3xz + 2xy - 3zy$

(h)  $7ax - 14a - 12x + 6x^2$

(i)  $2xy + 3ky^2 + 2x^2 + 3kxy$

**Spiegazione** Fattorizzare significa trasformare una somma di monomi in un prodotto di fattori

**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a) Per prima cosa puoi osservare che nei termini della somma non compare alcun elemento comune e tutti i termini. Non posso quindi fare un raccoglimento totale. Potrei però il termine  $2y$  negli ultimi due addendi. Quindi otterrei

$$3 + 2x + 2y(3 + 2x)$$

A questo punto posso fare un ulteriore raccoglimento. Solo per motivi didattici, per farvi capire meglio ciò che si sta facendo, lasciate che prima di raccogliere vi riscriva quello che avevamo ottenuto in

forma più esplicita:

$$1 \cdot (3 + 2x) + 2y \cdot (3 + 2x)$$

Raccolgo adesso a fattor comune la parentesi e ottengo

$$(1 + 2y)(3 + 2x)$$

(b)  $[(2 + 3k)(1 + 2x)]$

(c)  $[(5 + 2k)(1 + 2y)]$

(d)  $[(5 + 3k)(1 + 2x)]$

(e)  $[x(x + a)(y + k)]$

(f)  $[(x + b)(x + y + k)]$

**Problema su: Algebra - AL0002**

**Testo** [AL0002] [1 ★ 2 📖 2a 📖] Risolvi la seguente disequazione fratta.

(a) $\frac{x-2}{x+3} < 2$	(c) $\frac{x-3}{x+2} > 3$	(e) $\frac{x-1}{2x+1} < 3$
(b) $\frac{x-2}{x+3} < 3$	(d) $\frac{x-5}{x+1} > 2$	(f) $\frac{3x+2}{2x-5} < 1$

**Spiegazione** In una disequazione fratta ci si chiede per quali valori dell'incognita la frazione risulta positiva o negativa. Si studiano quindi i segni del numeratore e del denominatore per capire il segno della frazione.

**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a) $[x < -8 \vee x > -3]$	(d) $[-7 < x < -1]$	
(b) $[x < -5 \vee x > -3]$	(e) $\left[x < -\frac{4}{5} \vee x > -\frac{1}{2}\right]$	
(c) $\left[-\frac{9}{2} < x < -2\right]$	(f) $\left[-7 < x < -\frac{5}{2}\right]$	

(g)  $[(2x - 3z)(x + y)]$

(i)  $[(2x + 3ky)(x + y)]$

(h)  $[(7a + 6x)(x - 2)]$

**Problema su: Algebra - AL0004**

**Testo** [AL0004] [2] ★ 2👍 2a📖] Risolvi la seguente disequazione fratta.

$$(a) \frac{1}{x-5} + \frac{3}{3x-15} > \frac{5}{x^2-25}$$

$$(b) \frac{1}{x-3} + \frac{3}{2x-6} > \frac{5}{x^2-9}$$

$$(c) \frac{1}{x-4} + \frac{3}{2x-8} > \frac{5}{x^2-16}$$

$$(d) \frac{1}{x+4} + \frac{2}{2x-8} < \frac{3}{x^2-16}$$

$$(e) \frac{3}{2x+4} < \frac{1-x}{x^2-4}$$

$$(f) \frac{2}{3x+6} + \frac{1}{x-1} < \frac{1-x}{x^2+x-2}$$

$$(g) \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} > 0$$

**Spiegazione** Per risolvere una disequazione di un oggetto fattorizzato è necessario studiare il segno di ognuno dei fattori e successivamente il segno dell'oggetto nel suo complesso

**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

$$(a) [-5 < x < 0 \vee x > 5]$$

$$(b) [-5 < x < -3 \vee x > 3]$$

$$(c) [-5 < x < -4 \vee x > 4]$$

$$(d) [x < -4 \vee \frac{3}{2} < x < 4]$$

$$(e) [x < -4 \vee 4 < x < 14]$$

$$(f) [x < -2 \vee -\frac{1}{8} < x < 1]$$

$$(g) [x > 2]$$

**Problema su: Algebra - AL0005**

**Testo**

$$(a) \begin{cases} \frac{1}{x^2-4} + \frac{1}{x^2+2x+4} \geq 0 \\ 5x-7 \leq 4x-4 \end{cases}$$

**Spiegazione**

**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

$$(a) [x < -2 \vee -2 < x \leq 0 \vee 2 < x \leq 3]$$

**Problema su: Algebra - AL0006**

**Testo** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi

$$(a) \begin{cases} (x+5)(x-5) > (x+5)^2 \\ 3x+1 < 4x-5 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} (x+3)(x-3) > (x+2)^2 \\ 2x+5 > 3x+2 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x^2+9 > (x+2)^2 \\ 4x+3 < 6x+7 \end{cases}$$

**Spiegazione** In un sistema di disequazioni di primo grado dovete risolvere entrambe le disequazioni; successivamente dovete risolvere il sistema, cioè trovare l'intervallo o gli intervalli di valori nei quali entrambe le disequazioni sono contemporaneamente verificate. Per questo esercizio non dimenticatevi i prodotti notevoli.

**Svolgimento**

$$(a) [impossibile]$$

$$(b) \left[ x < -\frac{13}{4} \right]$$

$$(c) \left[ -2 < x < \frac{5}{4} \right]$$

**Problema su: Algebra - AL0007**

**Testo** [AL0007] [1 ★ 2 📖 2a 📖] Fattorizza la seguente somma.

(a)  $x^2 + 2xy + y^2 + xz + yz$

(b)  $xa + xy + a^2 - y^2$

(c)  $x(a + y) + a(y + k) + x^2 + kx$

**Spiegazione** Fattorizzare significa trasformare una somma di monomi in un prodotto di fattori

**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti

(a) Per prima cosa puoi osservare che nei termini della somma non compare alcun elemento comune e tutti i termini. Non posso quindi fare un raccoglimento totale. Potrei però il termine  $2y$  negli ultimi due addendi. Quindi otterrei

$$3 + 2x + 2y(3 + 2x)$$

A questo punto posso fare un ulteriore raccoglimento. Solo per motivi didattici, per farvi capire meglio ciò che si sta facendo, lasciate

che prima di raccogliere vi riscriveva quello che avevamo ottenuto in forma più esplicita:

$$1 \cdot (3 + 2x) + 2y \cdot (3 + 2x)$$

Raccolgo adesso a fattor comune la parentesi e ottengo

$$(1 + 2y)(3 + 2x)$$

(b)  $[(a + y)(x + a - y)]$

(c)  $[(x + y + k)(x + a)]$



Problema su: Calcolo probabilistico - PR0001

Testo [PR0001] [2 ★ 10 🕒 2a 📖] Definizione di probabilità.

- (a) Lanciando un dado a sei facce calcola la probabilità che esca il numero 4
- (b) Lanciando un dado a sei facce calcola la probabilità che esca un numero dispari
- (c) Lanciando un dado a sei facce calcola la probabilità che non esca il numero 5
- (d) In un'urna ci sono 12 palline rosse e 8 blu. Qual è la probabilità che si estragga una pallina rossa?
- (e) In un'urna ci sono 12 palline rosse e 8 blu. Qual è la probabilità che si estragga una pallina blu?
- (f) Lanciando una coppia di dadi a sei facce, calcola la probabilità che la somma dei due dadi sia 7
- (g) Lanciando una coppia di dadi a sei facce, calcola la probabilità che la somma dei due dadi sia maggiore di 8
- (h) Lanciando una coppia di dadi a sei facce, calcola la probabilità che la somma dei due dadi sia minore di 4
- (i) Estraggo una carta da un mazzo di 52 carte; sapendo che la carta estratta è nera, è più probabile che sia una figura o che sia di picche?
- (j) Estraggo una carta da un mazzo di 52 carte; sapendo che la carta estratta è rossa, è più probabile che sia un numero o che sia di cuori?
- (k) Possiedi 20 palline di cui il 10% è rosso, e possiedi anche 50 dadi di cui il 20% non è rosso. Che probabilità hai di estrarre a caso un oggetto rosso?

**Spiegazione** Per calcolare delle probabilità è necessario conoscerne la definizione:

$$P = \frac{n^\circ \text{ casi favorevoli}}{n^\circ \text{ casi totali}}$$

**Svolgimento**

- (a) In un dado a sei facce c'è una sola faccia con il 4, quindi

$$P_4 = \frac{1}{6}$$

- (b) In un dado a sei facce ci sono 3 numeri dispari e 6 facce in totale, quindi

$$P_{disp} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

- (c) La probabilità che non esca il numero 5 è pari alla probabilità dell'evento certo meno la probabilità che venga il numero 5, quindi

$$P_{non5} = 1 - P_5 = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

- (d) Il numero di casi favorevoli è  $N_{fav} = 12$  ed il numero di casi totali è  $N_{tot} = 20$ . Quindi

$$P = \frac{N_{fav}}{N_{tot}} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 60\%$$

- (e) Il numero di casi favorevoli è  $N_{fav} = 8$  ed il numero di casi totali è  $N_{tot} = 20$ . Quindi

$$P = \frac{N_{fav}}{N_{tot}} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 40\%$$

- (f) La probabilità che la somma dei due dadi sia 7 è calcolabile contando tutte le possibili combinazioni tra i due dadi la cui somma dia 7. In totale le combinazioni possibili sono  $N_{tot} = 6 \cdot 6$ , quindi

$$P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

- (g) La probabilità che la somma dei due dadi sia maggiore di 8 è calcolabile contando tutte le possibili combinazioni tra i due dadi la cui somma sia maggiore di 8. In totale le combinazioni possibili sono  $N_{tot} = 6 \cdot 6 = 36$  e quelle favorevoli sono  $N_{fav} = 10$ , quindi

$$P = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

- (h) La probabilità che la somma dei due dadi sia minore di 4 è calcolabile contando tutte le possibili combinazioni tra i due dadi la cui somma sia minore di 4. In totale le combinazioni possibili sono  $N_{tot} = 6 \cdot 6 = 36$ , quelle favorevoli sono  $N_{fav} = 6$ ; quindi

$$P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

- (i) La probabilità che la carta estratta sia una figura è  $P_f = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$ . La probabilità che la carta estratta sia di picche è  $P_p = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ . Quindi è più probabile che sia di picche.
- (j) Sapendo che la carta estratta è rossa, la probabilità che sia un numero è  $P_n = \frac{20}{26}$  e la probabilità che sia di cuori è  $P_c = \frac{13}{26}$ . Quindi è più probabile sia un numero.
- (k) Abbiamo  $N_p = 20 \cdot 0,1 = 2$  palline rosse e  $N_d = 50 \cdot 0,2 = 10$  dadi rossi. Quindi
- $$P = \frac{2 + 10}{20 + 50} = \frac{6}{35}$$

### Problema su: Calcolo probabilistico - PR0002

Testo [PR0002] [2 ★ 1 🕒 2a 📖] Probabilità su eventi tra loro indipendenti.

- |  |   |
|--|---|
| <p>(a) Lanciando una coppia di dadi a sei facce, calcola la probabilità che esca il numero 5 sul secondo dado sapendo che lo stesso numero è già uscito sul primo dado</p> <p>(b) Lanciando una coppia di dadi a sei facce calcola la probabilità che esca il numero 4 sul primo dado ed un numero dispari sul secondo dado</p> <p>(c) Lanciando una coppia di dadi a sei facce, calcola la probabilità che i due dadi abbiano un valore differente</p> <p>(d) Lanciando una coppia di dadi a sei facce, uno rosso e uno blu, calcola la probabilità che esca un nu-</p> | <p>mero pari sul dado rosso ed un numero dispari sul dado blu</p> <p>(e) Lanciando una coppia di dadi a sei facce, uno rosso e uno blu, calcola la probabilità che esca un numero minore o uguale a 3 sul dado rosso ed un numero maggiore di 4 sul dado blu</p> <p>(f) Lanciando un dado a sei facce ed un dado a quattro facce, qual'è la probabilità che escano entrambi 1?</p> <p>(g) Qual'è la probabilità che estraendo tre carte da un mazzo di 52 (senza rimetterle nel mazzo) escano tre carte di cuori?</p> |
|--|---|

**Spiegazione** Per calcolare delle probabilità è necessario conoscerne la definizione:

$$P = \frac{n^\circ \text{ casi favorevoli}}{n^\circ \text{ casi totali}}$$

Occorre inoltre sapere che la probabilità che capitino più eventi indipendenti contemporaneamente e pari al prodotto delle probabilità dei singoli eventi.

**Svolgimento**

- (a) La probabilità che esca il numero 5 sul secondo dado è indipendente da quello che è uscito sul primo dado, quindi

$$P = \frac{1}{6}$$

- (b) La probabilità che esca il numero 4 sul primo dado ed un numero dispari sul secondo dado è dato dal prodotto delle singole probabilità visto che i due eventi sono indipendenti. Quindi

$$P = P_4 \cdot P_{disp} = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{12}$$

- (c) La probabilità che i due dadi abbiano un valore differente si può calcolare osservando che per qualunque uscita del primo dado, ci sono sempre 5 casi su 6 che verificano l'evento, quindi

$$P_4 = \frac{5}{6}$$

- (d) La probabilità che esca un numero pari sul primo dado è  $P_{pari} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ , uguale alla probabilità che esca un numero dispari sull'altro dado. I due eventi sono infatti indipendenti. La probabilità che i due eventi capitino contemporaneamente è quindi

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

- (e) La probabilità che esca un numero minore o uguale a 3 sul primo dado è  $P_{\leq 3} = \frac{1}{2}$ ; la probabilità che esca un numero maggiore di 4 sul primo dado è  $P_{>4} = \frac{1}{3}$ . La probabilità che i due eventi capitino contemporaneamente è quindi

$$P = P_{\leq 3} \cdot P_{>4} = \frac{1}{6}$$

- (f)  $P_{16} = \frac{1}{6}$ ;  $P_{14} = \frac{1}{4}$ . Quindi la probabilità di ottenere una coppia di 1 è

$$P = P_{16} \cdot P_{14} = \frac{1}{24}$$

- (g)

$$P = \frac{1}{13} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{11}$$

### Problema su: Calcolo probabilistico - PR0003

**Testo** [PR0003] [2 ★ 1 🕒 2a 📖] Probabilità sull'estrazione da un mazzo di carte.

- (a) Calcola la probabilità che estraendo due carte da un mazzo di 52 carte, senza reinserirle nel mazzo, si estraggano due figure.
- (b) Calcola la probabilità che estraendo due carte da un mazzo di 52 carte, senza rimetterle nel mazzo, si estraggano due numeri.
- (c) Calcola la probabilità che, estraendo tre carte da un mazzo di 52 senza reintrodurle nel mazzo, si estraggano tre assi.
- (d) Calcola la probabilità di non estrarre due carte dello stesso seme, prendendole da un mazzo di 52 carte e senza rimetterle nel mazzo.
- (e) Calcola la probabilità che, estraendo quattro carte da un mazzo di 52 senza rimetterle nel mazzo, si estraggano quattro assi.
- (f) Calcola la probabilità di non estrarre due carte di picche, prendendole da un mazzo di 52 carte e senza rimetterle nel mazzo.
- (g) In un'urna ci sono 12 palline rosse e 8 blu. Calcola la probabilità di estrarre, senza reinserirle nell'urna, prima una pallina rossa e dopo una pallina blu.
- (h) Calcola la probabilità di estrarre, da un'urna con 12 palline rosse e 8 blu, senza reinserirle, una pallina rossa e una pallina blu indipendentemente dall'ordine.
- (i) Qual'è la probabilità che estraendo due carte da un mazzo di 52 (senza rimetterle nel mazzo) escano due figure?
- (j) Qual'è la probabilità che estraendo due carte da un mazzo di 52 (senza rimetterle nel mazzo) la seconda carta estratta sia un asso?

**Spiegazione** Per calcolare delle probabilità è necessario conoscerne la definizione:

$$P = \frac{n^\circ \text{ casi favorevoli}}{n^\circ \text{ casi totali}}$$

Occorre inoltre sapere che la probabilità che capitino più eventi indipendenti contemporaneamente e pari al prodotto delle probabilità dei singoli eventi.

### Svolgimento

- (a) La probabilità di estrarre una figura come prima carta è  $P_{1f} = \frac{12}{52}$ . La probabilità di estrarre una figura come seconda carta è  $P_{2f} = \frac{11}{51}$ . Quindi la probabilità richiesta è

$$P_{ff} = P_{1f} \cdot P_{2f} = \frac{12 \cdot 11}{52 \cdot 51}$$

- (b) La probabilità di estrarre un numero come prima carta è  $P_1 = \frac{40}{52}$ ; la probabilità di estrarre un numero come seconda carta è  $P_2 = \frac{39}{51}$ . Quindi la probabilità richiesta è

$$P = P_1 \cdot P_2 = \frac{40 \cdot 39}{52 \cdot 51}$$

- (c) La probabilità di estrarre un asso rispettivamente nella prima, nella seconda e nella terza estrazione è  $P_1 = \frac{4}{52}$ ,  $P_2 = \frac{3}{51}$  e  $P_3 = \frac{2}{50}$ . Quindi la probabilità richiesta è

$$P = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{52 \cdot 51 \cdot 50}$$

- (d) Qualunque sia il seme della carta inizialmente estratta, la probabilità che la seconda sia di un seme differente è  $P = \frac{39}{51}$

- (e) La probabilità di estrarre un asso rispettivamente nella prima, nella seconda, nella terza e nella quarta estrazione è  $P_1 = \frac{4}{52}$ ,  $P_2 = \frac{3}{51}$ ,  $P_3 = \frac{2}{50}$  e  $P_4 = \frac{1}{49}$ . Quindi la probabilità richiesta è

$$P = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49}$$

- (f) La probabilità di estrarre due carte di picche è  $P_{2p} = \frac{13 \cdot 12}{52 \cdot 51}$ . La probabilità che questo non avvenga è quindi

$$P = 1 - \frac{13 \cdot 12}{52 \cdot 51}$$

- (g) La probabilità di estrarre una pallina rossa alla prima estrazione è  $P_1 = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ ; quella di estrarre una pallina blu alla seconda estrazione è  $P_2 = \frac{8}{19}$ . La probabilità richiesta è quindi

$$P = P_1 \cdot P_2 = \frac{3 \cdot 8}{5 \cdot 19}$$

- (h) La probabilità di estrarre prima una pallina rossa e successivamente una blu è  $P_{rb} = \frac{12 \cdot 8}{20 \cdot 19}$ ; quella di estrarre prima una pallina blu e poi una rossa è  $P_{br} = \frac{8 \cdot 12}{20 \cdot 19}$ . La probabilità richiesta è quindi

$$P = P_{rb} + P_{br} = 2 \cdot \frac{12 \cdot 8}{20 \cdot 19}$$

- (i) La probabilità di estrarre una figura come prima carta è  $P_1 = \frac{12}{52}$ ; la probabilità di estrarre una figura come seconda carta, essendo uscita una figura come prima carta, è  $P_2 = \frac{11}{51}$ . Quindi la probabilità richiesta è

$$P = P_1 \cdot P_2 = \frac{12 \cdot 11}{52 \cdot 51}$$

- (j) La probabilità che la prima carta estratta sia un asso e che la seconda sia anch'essa un asso è  $P_{AA} = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51}$ . La probabilità che la prima carta estratta non sia un asso e che la seconda sia invece un asso è  $P_{xA} = \frac{48}{52} \cdot \frac{4}{51}$ . Quindi la probabilità che la seconda carta sia un asso è

$$P = P_{AA} + P_{xA} = \frac{12 + 192}{52 \cdot 51}$$

**Problema su: Calcolo probabilistico - PR0004****Testo** [PR0004] [2 ★ 1 📖 2a 📖] Probabilità che qualcosa non capiti

- (a) Qual'è la probabilità che non esca due volte un numero pari lanciando due volte un dado?
- (b) Qual'è la probabilità che non esca due volte il numero 5 lanciando due volte un dado?
- (c) Lanciando due dadi a sei facce, qual'è la probabilità che esca il numero 1 su almeno un dado?
- (d) Qual'è la probabilità che non esca due volte il numero 1 lanciando due volte un dado?

**Spiegazione****Svolgimento**

(a)  $\left[ P = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \right]$

(b)  $\left[ P = 1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{35}{36} \right]$

(c) La probabilità richiesta è quella che *non* capiti una coppia di 1. Quindi

$$P = 1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{35}{36}$$

(d)

$$P = 1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{35}{36}$$

Problema su: Piano cartesiano - CC0001

Testo [CC0001] [2 ★ 10 📖 2a 📖] Lunghezza e punto medio di un segmento.

- (a) Dati i punti  $A(0, 1)$  e  $B(2, 4)$  calcola la lunghezza del segmento e la posizione del suo punto medio.
- (b) Dati i punti  $A(-2, 1)$  e  $B(2, -5)$  calcola la lunghezza del segmento e la posizione del suo punto medio.
- (c) Dati i punti  $A(1, 5)$ ,  $B(2, 1)$  e  $C(-1, -2)$  calcola la distanza tra  $C$  ed il punto medio del segmento  $\overline{AB}$ .
- (d) Dati i punti  $A(1, 5)$ ,  $B(3, 1)$ ,  $C(-1, -2)$  e  $D(3, -4)$ , calcola la distanza tra i punti medi dei segmenti  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$ .
- (e) Dati i punti  $A(-1, 1)$ ,  $B(5, 1)$  e  $C(3, 2)$ , calcola la distanza dei due punti tra loro più distanti.

**Spiegazione**

**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti.

$$(a) d = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}; M\left(1, \frac{5}{2}\right)$$

$$(b) d = \sqrt{4^2 + 6^2} = 5\sqrt{2}; M\left(1, \frac{5}{2}\right)$$

$$(c) M_{\overline{AB}}\left(\frac{1}{2}, 3\right);$$

$$d = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 5^2} = \frac{1}{2}\sqrt{109}$$

$$(d) d = \sqrt{1^2 + 6^2} = \sqrt{37}$$

$$(e) d = 6$$

Problema su: Piano cartesiano - CC0002

Testo [CC0002] [2 ★ 10 📖 2a 📖] Punti e rette.

- (a) Dati i punti  $A(2, 1)$ ,  $B(1, -1)$ ,  $C(-1, 3)$ , quali di questi appartiene alla retta  $y = 2x - 3$ ?
- (b) Data la retta  $x + y - 2 = 0$  trova su di essa due punti a caso.
- (c) Data la retta  $2x - 3y = 5$  trova i suoi punti di ascissa rispettivamente 2 e 5
- (d) Data la retta  $-2x + y - 1 = 0$  trova le sue intersezioni con gli assi cartesiani

**Spiegazione** Se sostituendo le coordinate dei punti nella retta ottengo un'identità allora il punto appartiene alla retta.

**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti.

(a)  $A$  e  $B$  appartengono alla retta.

(b)  $A(1, 1)$ ,  $B(-1, 3)$

(c)  $A\left(2, -\frac{1}{3}\right)$ ,  $B\left(5, \frac{5}{3}\right)$

(d)  $A(0, 1)$ ,  $B\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

**Problema su: Piano cartesiano - CC0003**

**Testo** [CC0003] [2 ★ 2🕒 2a📖] Trovare l'equazione della retta.

- (a) Trova la retta che passa per i punti  $A(1, 1)$  e  $B(2, 3)$
- (b) Trova la retta che passa per i punti  $A(-1, 4)$  e  $B(3, -2)$
- (c) Trova la retta che passa per il punto  $A(1, 3)$  e parallela alla retta  $2x - 3y = 4$
- (d) Trova la retta che passa per il punto  $A(-2, -1)$  e perpendicolare alla retta  $3x + 2y = 4$
- (e) Trova la retta orizzontale che passa per il punto  $A(-2, 1)$
- (f) Trova la retta che passa per l'origine degli assi e parallela alla retta  $3x + 2y = 4$

**Spiegazione**

**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti.

- |  |  |
|--|--|
| (a) $[y = 2x - 1]$                                   | (d) $\left[ y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2} \right]$ |
| (b) $\left[ y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2} \right]$ | (e) $[y = 1]$  |
| (c) $\left[ y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3} \right]$  | (f) $\left[ y = -\frac{3}{2}x \right]$               |

**Problema su: Piano cartesiano - CC0004**

**Testo** [CC0004] [2 ★ 10🕒 2a📖] Intersezione tra rette.

- (a) Trova il punto di intersezione delle rette  $y = 2x - 1$  e  $y = -x + 1$
- (b) Trova il punto di intersezione delle rette  $y = -2x - 2$  e  $y = x + 5$
- (c) Trova il punto di intersezione delle rette  $2x + 3y - 1 = 0$  e  $-x + 2y + 1 = 0$
- (d) Trova il punto di intersezione delle rette  $y = 2x - 1$  e  $4x - 2y + 1 = 0$
- (e) Trova il punto di intersezione delle rette  $y = 2x - 1$  e  $4x - 2y - 2 = 0$
- (f) Trova le intersezioni della retta  $2x - 3y + 5 = 0$  con gli assi cartesiani
- (g) Trova le intersezioni della retta  $2x + 3y + 5 = 0$  con gli assi cartesiani
- (h) Trova le intersezioni della retta  $2x + y + 3 = 0$  con la bisettrice degli assi cartesiani nel primo e terzo quadrante

**Spiegazione** Per trovare le intersezioni tra due generiche funzioni è sufficiente metterle a sistema.

**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti.

- (a)  $P\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$
- (b)  $P\left(-\frac{7}{3}, \frac{8}{3}\right)$
- (c)  $P\left(\frac{5}{7}, -\frac{1}{7}\right)$
- (d) Non ci sono punti di intersezione
- (e) Ci sono infiniti punti di intersezione

- (f) Trova le intersezioni della retta  $2x - 3y + 5 = 0$  con gli assi cartesiani
- (g) Trova le intersezioni della retta  $2x + 3y + 5 = 0$  con gli assi cartesiani
- (h) Trova le intersezioni della retta  $2x + y + 3 = 0$  con la bisettrice degli assi cartesiani nel primo e terzo quadrante

**Problema su: Piano cartesiano - CC0005**

**Testo** [CC0005] [2 ★ 10 🕒 2a 📖] Distanza punto retta.

- (a) Calcola la distanza del punto  $A(1, 2)$  dalla retta  $y = 2x - 1$
- (b) Calcola la distanza della retta  $2x + y = 7$  dall'origine degli assi.
- (c) Calcola la distanza tra le rette  $y = 2x - 1$  e  $-4x + 3y + 6 = 0$

**Spiegazione** La distanza di un punto da una retta è calcolabile con la formula apposita; la distanza tra due rette parallele la si può trovare partendo da un punto preso a caso su una delle due rette.

**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti.

$$(a) d = \frac{|2 \cdot 1 - 2 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$(b) d = \frac{7}{5}\sqrt{5}$$

- (c) Prendiamo un punto a caso sulla prima retta e calcoliamo la distanza di quel punto dalla seconda retta. Il punto può essere  $P(0; -1)$ . La distanza è quindi
- $$d = \frac{3}{5}$$



**Problema su: Piano cartesiano - CC0007**

**Testo** [CC0007] [2 ★ 10 ⌚ 2a 📖] Area e perimetri di triangoli nel piano cartesiano

- Calcola l'area e il perimetro del triangolo formato dai punti  $A(1; 1)$ ,  $B(-2; 3)$  e  $C(-5; -1)$
- Calcola l'area e il perimetro del triangolo formato dai punti  $A(-1, 1)$ ,  $B(2, -3)$  e  $C(5, -1)$
- Calcola l'area e il perimetro del triangolo formato dalle rette  $y = -1$ ,  $y = -x + 2$  e  $y = 2x + 1$
- Calcola l'area e il perimetro del triangolo formato dalle rette  $y = \frac{1}{2}x$ ,  $y = -x + 2$  e  $y = 2x + 5$
- Calcola l'area e il perimetro del triangolo formato dalla retta  $y = -2x + 4$  e dagli assi cartesiani

**Spiegazione**

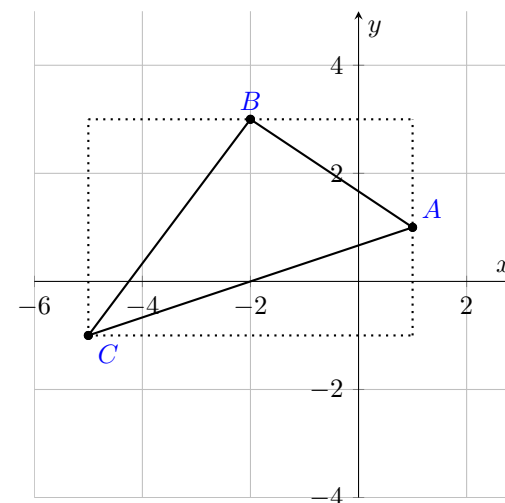
**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti.

- I tre punti dati formano un triangolo. Il perimetro si può facilmente ottenere sommando le lunghezze dei lati.

$$P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA} = \sqrt{13} + 5 + 2\sqrt{10}$$

Per quanto riguarda l'area, il triangolo è incluso in un rettangolo e la sua area è ottenibile sottraendo dall'area del rettangolo le aree dei tre triangoli rettangoli esterni.

$$A = A_{ret} - A_1 - A_2 - A_3 = 6 \cdot 4 - \frac{1}{2} (6 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 4) = 9$$



Cominciamo con il rappresentare i punti su un diagramma cartesiano. [ $P = 5 + \sqrt{13} + 2\sqrt{10}$ ;  $A = 9$ ]

- In questo esercizio, prima troviamo i tre punti di intersezione delle tre rette; essi saranno i tre vertici del triangolo in questione.
- In questo esercizio, prima troviamo i tre punti di intersezione delle tre rette; essi saranno i tre vertici del triangolo in questione.
- Sappiamo che gli assi cartesiani si incrociano nel punto  $O(0; 0)$ . Gli altri due vertici del triangolo saranno  $A(0; 4)$  e  $B(2; 0)$ . Il triangolo avrà perimetro

$$P = 6 + 2\sqrt{5}$$

e area  $A = 4$

**Problema su: Piano cartesiano - CC0008**

**Testo** [CC0008] [2 ★ 3 📖 2a 📖] Rette nel piano cartesiano.

- (a) Dati i punti  $A(1, 1)$  e  $B(3, 2)$ , e la retta  $r : y = -2x + 3$ , trova la retta che passa per il punto medio del segmento  $\overline{AB}$  e che sia parallela a  $r$
- (b) Dati i punti  $A(1, -1)$  e  $B(-3, 2)$ , e la retta  $r : y = 2x - 3$ , trova la retta che passa per il punto medio del segmento  $\overline{AB}$  e che sia perpendicolare a  $r$
- (c) Dati i punti  $A(1, -1)$ ,  $B(-3, 2)$ ,  $C(2, 4)$ ,  $D(4, -2)$ , trova la retta che passa per i punti medi dei segmenti  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$
- (d) Dati i punti  $A(-2, -1)$  e  $B(3, 2)$ , trova l'asse del segmento  $\overline{AB}$ .
- (e) Dati i punti  $A(1, 2)$  e  $B(-3, 4)$  trova la retta  $r$  che passa da entrambi i punti, e la retta passante per  $A$  e perpendicolare a  $r$ .
- (f) Quanto dista il punto di intersezione delle rette  $x + y + 1 = 0$  e  $-2x + 2y - 3 = 0$  dal punto  $C(-1; 1)$
- (g) Dati i punti  $A(2, 2)$  e  $B(-3, 4)$  trova la retta  $r$  che passa per il loro punto medio e parallela alla retta  $y = 3x - 1$ .
- (h) Quanto dista il punto di intersezione delle rette  $x + 2y + 1 = 0$  e  $-2x + y - 3 = 0$  dall'origine degli assi?
- (i) Trova la retta che passa per il punto di intersezione delle rette  $y = 2x + 2$  e  $y = -x + 4$  e che sia perpendicolare alla retta  $y = -3x + 2$
- (j) Trova il punto medio  $M$  delle intersezioni tra la retta  $y = 3x + 6$  e gli assi cartesiani, e la sua distanza dall'origine.
- (k) Trova la retta che passa dal punto  $A(3, 2)$  e parallela alla retta  $x - 2y + 6 = 0$ . Quali sono le sue intersezioni con gli assi cartesiani?
- (l) Dati i punti  $A(1, 2)$  e  $B(2, 0)$  trova la retta che passa dal loro punto medio e parallela alla retta  $3 - x - y = 0$

- (m) Trova la retta che passa per  $A(0, 1)$  e per il punto di intersezione delle rette  $y = 2x + 2$  e  $y = -x + 4$
- (n) Trova il punto medio  $M$  e la distanza  $d$  delle intersezioni tra la retta  $y = -2x + 4$  e gli assi cartesiani.

**Spiegazione**

**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti.

- (a) [...]
- (b) [...]
- (c) [...]
- (d) [...]
- (e) [...]
- (f) [...]
- (g) [...]
- (h) [...]
- (i) [...]

**Problema su: Piano cartesiano e problemi di realtà - CC0009**

**Testo** [CC0009] [2 ★ 10 ⌚ 2a 📖] Problemi di realtà sulla retta.

- (a) Per un viaggio il tassista Marco chiede in pagamento un prezzo di 7 euro alla partenza e  $\frac{1}{2} \frac{\text{euro}}{\text{km}}$  per il viaggio. Il tassista Giorgio chiede invece 1 euro alla partenza e  $2 \frac{\text{euro}}{\text{km}}$  per il viaggio. Rappresenta l'andamento dei due prezzi in funzione della lunghezza del viaggio. Calcola poi per quali distanze percorse Giorgio è più costoso di Marco.

**Spiegazione**

**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti.

- (a) Il costo  $y$  pagato in funzione del numero  $x$  di chilometri percorsi per Marco è  $y = \frac{1}{2}x + 7$ , mentre per Giorgio è  $y = 2x + 1$ . La prima richiesta del problema è quella di rappresentare le due rette nel piano cartesiano. Giorgio sarà più costoso di Marco quando

$$2x + 1 > \frac{1}{2}x + 7$$

e quindi  $x > \frac{12}{3} = 4$ . Se vogliamo trovare la lunghezza del percorso con uguale costo è sufficiente mettere a sistema le due rette. Il numero di chilometri sarà  $x = 4$  chilometri ed il costo  $y = 9$  euro.

**Problema su: Piano cartesiano - CC0010**

**Testo** [CC0010] [3 ★ 3 ⌚ 2a 📖] Altezze di triangoli nel piano cartesiano

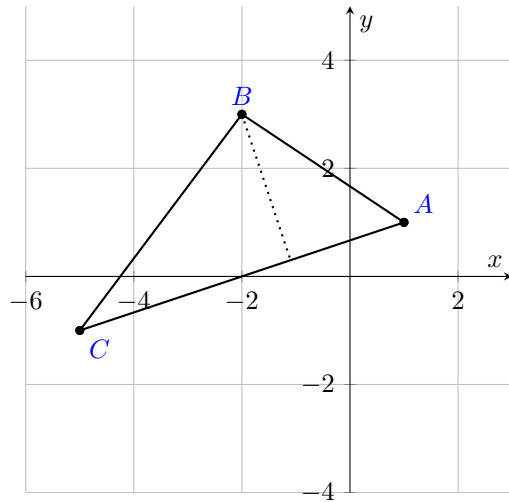
- (a) Calcola l'altezza del triangolo formato dai punti  $A(1;1), B(-2;3)$  e  $C(-5;-1)$  relativamente alla base  $\overline{AC}$
- (b) Calcola l'altezza del triangolo formato dai punti  $A(-1,1), B(2,-3)$  e  $C(5,-1)$  relativamente alla base  $\overline{BC}$
- (c) Calcola l'altezza del triangolo formato dalle rette  $r, s, e t$  di equazioni rispettivamente  $y = -1$ ,  $y = -x + 2$  e  $y = 2x + 1$  relativamente alla retta  $t$

**Spiegazione**

**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti.

- (a) Per prima cosa troviamo la retta che passa per i punti  $A$  e  $C$  ed otteniamo  $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$  che in forma implicita è  $x - 3y + 2 = 0$ . L'altezza richiesta è la distanza di  $B$  da questa retta.

$$h = \frac{|-2 - 9 + 2|}{\sqrt{1+9}} = \frac{9\sqrt{10}}{10}$$



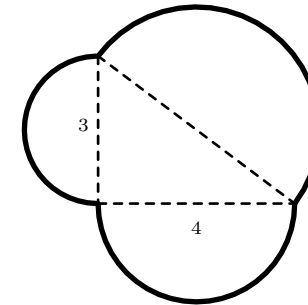
Per risolvere il problema calcola la retta per i punti  $B$  e  $C$  e poi la distanza del punto  $A$  dalla retta trovata.

(b) Trova l'intersezione tra le rette  $s$  e  $r$  e poi calcolane la distanza dalla retta  $t$

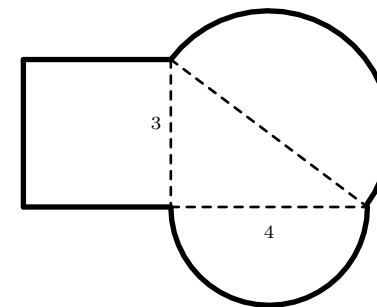
Problema su: Piano cartesiano - EU0001

Testo [EU0001] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Calcolo di aree e perimetri.

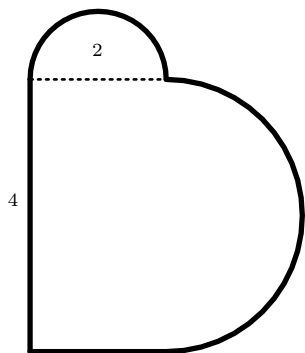
(a) Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



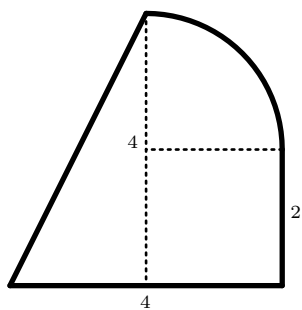
(b) Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



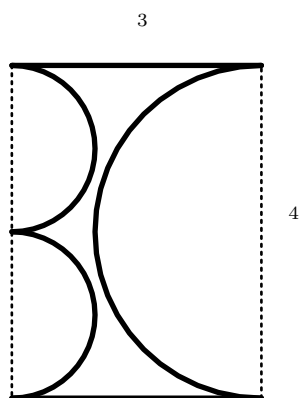
(c) Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



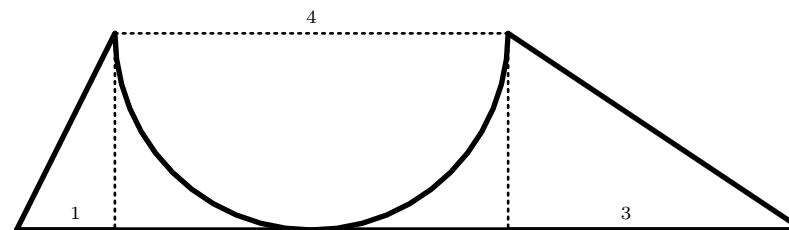
(d) Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



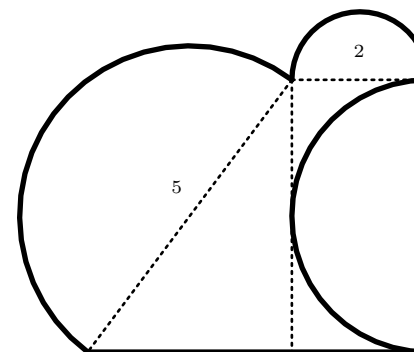
(e) Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



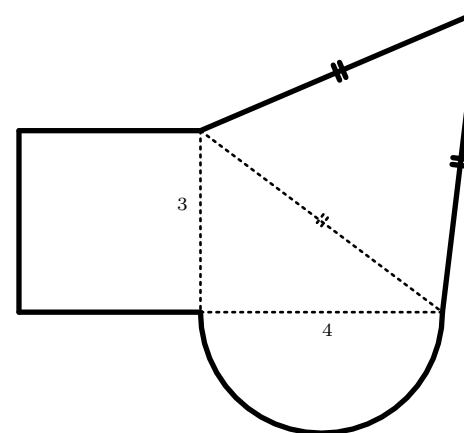
(f) Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



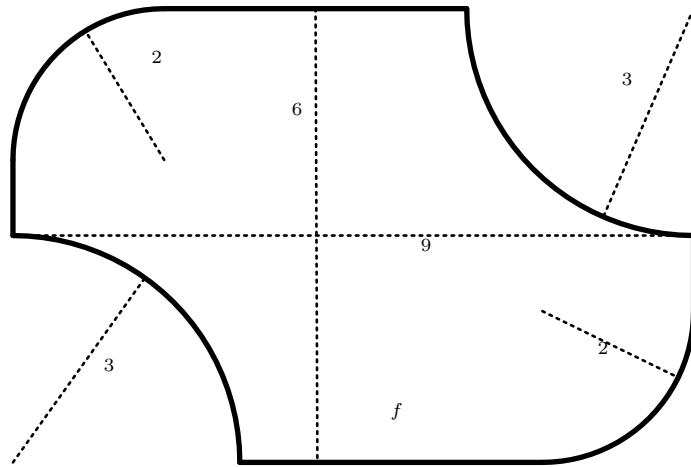
(g) Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



(h) Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



- (i) Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



### Spiegazione

**Svolgimento** Qui di seguito le soluzioni degli esercizi proposti.

- (a) L'ipotenusa del triangolo rettangolo mostrato è

$$i = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Il perimetro esterno della figura è pari alla somma delle tre semicirconferenze.

$$P = \frac{3}{2}\pi + 2\pi + \frac{5}{2}\pi = 6\pi$$

L'area della figura è pari alla somma dell'area del triangolo con le aree dei tre semicerchi mostrati.

$$A = 6 + \frac{1}{2}\pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi (2)^2 + \frac{1}{2}\pi \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 6 + \frac{25}{4}\pi$$

- (b) L'ipotenusa del triangolo rettangolo mostrato è

$$i = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Il perimetro esterno della figura è pari alla somma delle due semicirconferenze e dei tre lati del quadrato.

$$P = 9 + 2\pi + \frac{5}{2}\pi = 9 + \frac{9}{2}\pi$$

L'area della figura è pari alla somma dell'area del triangolo con le aree dei due semicerchi e del quadrato.

$$A = 6 + 9 + \frac{1}{2}\pi (2)^2 + \frac{1}{2}\pi \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 15 + \frac{39}{8}\pi$$

- (c) La figura è la somma di un rettangolo e due semicerchi.

$$P = 6 + \pi + 2\pi = 6 + 3\pi$$

$$A = 8 + 5\pi$$

- (d) La figura è data dalla somma di un quadrato, un triangolo ed un quarto di cerchio.

$$P = 6 + 2\sqrt{5} + \pi$$

$$A = 4 + 4 + 4\pi = 8 + 4\pi$$

- (e) La figura è formata da un rettangolo a cui sono stati sottratti tre semicerchi.

$$P = 6 + 6\pi$$

$$A = 12 - 6\pi$$

- (f) L'altezza del trapezio è pari al raggio del cerchio, quindi  $h = 2$ . I due lati del trapezio sono lunghi rispettivamente  $a = \sqrt{5}$  e  $b = \sqrt{13}$ . Il perimetro della figura sarà

$$P = 8 + \sqrt{5} + \sqrt{13} + 2\pi$$

L'area della figura la si può trovare sottraendo dall'area del trapezio l'area del semicerchio.

$$A = \frac{(8+4) \cdot 2}{2} - 4\pi = 12 - 4\pi$$

- (g) La figura è la somma di un trapezio e due semicerchi, a cui è stato sottratto un semicerchio. L'altezza del trapezio la si ricava osservando che è pari al diametro del cerchio sottratto. Quindi  $h = 4$ . Osservando il triangolo, il lato mancante lo troviamo con il teorema di Pitagora  $a = \sqrt{25 - 16} = 3$ . Quindi la base maggiore del trapezio è  $b_m = 2$ . il perimetro della figura è quindi

$$P = 5 + \frac{5}{2}\pi + \pi + 2\pi = 5 + \left(\frac{11}{2}\right)\pi$$

L'area la si trova scrivendo

$$A = \frac{(5+2) \cdot 4}{2} + \frac{25}{4}\pi + \pi - 4\pi = 14 + \frac{13}{4}\pi$$

- (h) La figura è la somma di un triangolo rettangolo, un quadrato, un semicerchio ed un triangolo equilatero. L'ipotenusa del triangolo rettangolo mostrato è

$$i = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Il perimetro della figura è

$$P = 19 + 2\pi$$

L'area della figura è

$$A = 9 + 2\pi + \frac{25}{4}\sqrt{3}$$

- (i) [...]

# Calcolo probabilistico e piano cartesiano

## Scheda 4

Problema su: **Analisi statistica - PRCC0001**

Testo [PRCC0001] [5 ★ 10 📖 2a 📖]

I punti  $A(0, 0)$ ,  $B(5, 7)$  e  $C(7, 3)$  su di un piano cartesiano sono i tre vertici di un triangolo. Immaginando di tirare due dadi, e chiamiamo  $a$  e  $b$  i risultati ottenuti. Qual'è la probabilità che il punto  $P(a, b)$  sia interno al triangolo?

**Spiegazione** Questo esercizio non prevede una particolare spiegazione, se non l'indicazione di applicare le regole studiate.

**Svolgimento** I risultati dei dadi sono numeri interi. In questo esercizio è facile contare quanti punti interni al triangolo hanno coordinate intere. Essi sono (come si può dedurre dal disegno) 16. Il punto  $H(6, 5)$  non è interno al triangolo ma si trova sul segmento  $\overline{BC}$

La retta che passa per i punti  $B$  e  $C$  si trova infatti nel seguente modo:

$$y = mx + q$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-4}{2} = -2$$

Imponendo l'appartenenza di  $B$

$$7 = -2 \cdot 5 + q$$

$$q = 17$$

$$y = -2x + 17$$

Verifichiamo adesso che  $H$  appartenga alla retta

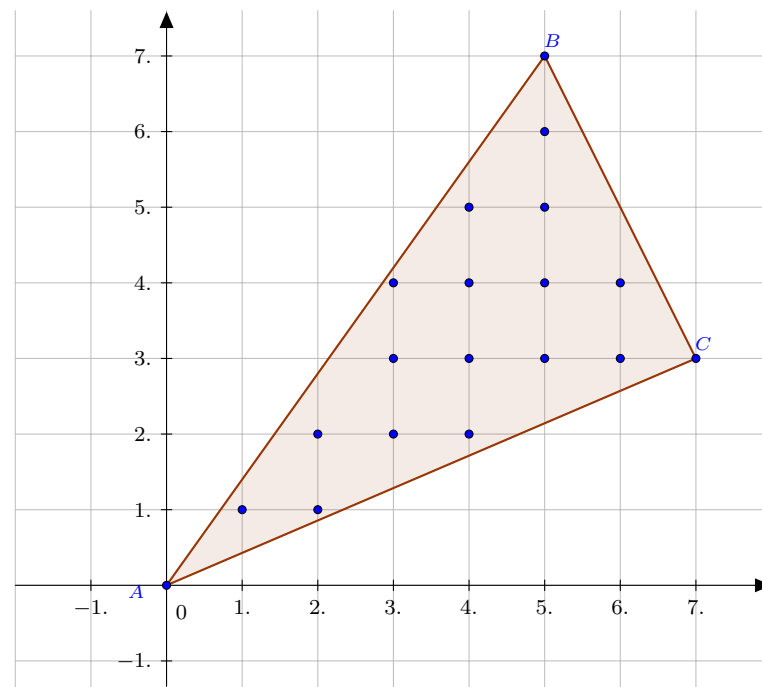
$$5 = -2 \cdot 6 + 17$$

$$5 = -12 + 17$$

Quindi  $H$  appartiene al lato del triangolo e quindi non è interno ad esso.

Tirando due dadi possiamo ottenere 36 diverse combinazioni di risultati; di queste soltanto 16 sono accettabili vista la richiesta del problema. Quindi la probabilità che il punto  $P$  sia interno al triangolo è

$$P_{rob} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$





Problema su: **Analisi statistica - ST0001**

Testo [ST0001] [2 ★ 10 2a]

Dispongo di due dadi non truccati, con 4 facce. Li lancio 24 volte e annoto in una tabella la somma dei due risultati. Questi sono i risultati ottenuti.

{5, 6, 3, 7, 6, 5, 8, 4, 7, 5, 7, 6, 5, 6, 5, 5, 6, 3, 4, 7, 4, 2, 4, 8}

Una seconda serie di lanci ha dato

{4, 2, 4, 5, 7, 6, 3, 6, 4, 2, 3, 4, 5, 5, 7, 6, 6, 5, 8, 7, 3, 4, 3, 5}

Una terza serie di lanci ha dato

{6, 8, 3, 2, 6, 5, 4, 5, 7, 4, 4, 7, 5, 5, 4, 6, 5, 5, 3, 3, 7, 6, 6, 2}

Rispondi alle seguenti domande per ogni le serie di lanci. Rispondi poi alle seguenti domande mettendo tutti i dati insieme.

1. disegna l'istogramma del campione di dati ottenuti
2. disegna l'istogramma teorico atteso
3. calcola la media, la mediana, la massima dispersione, la moda

**Spiegazione** Questo esercizio non prevede una particolare spiegazione, se non l'indicazione di applicare le regole studiate.

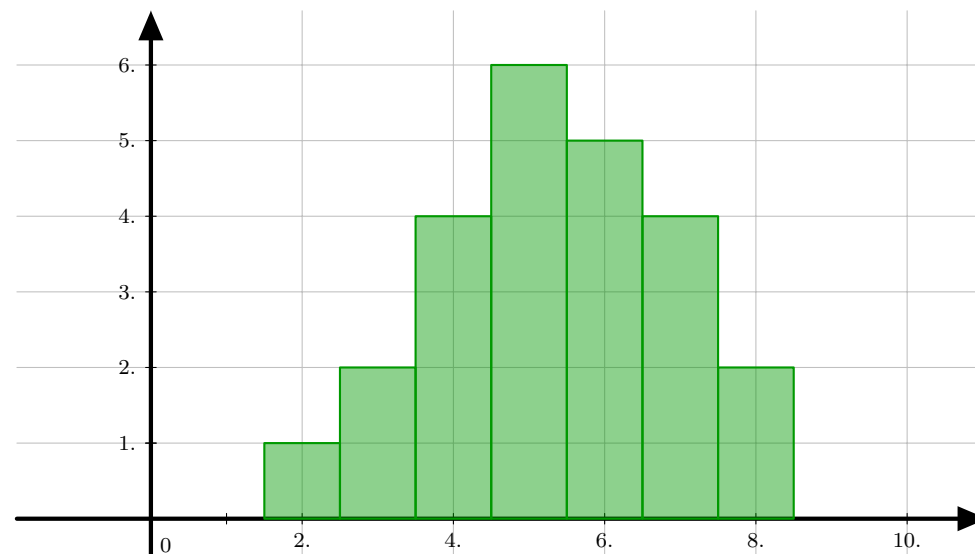
**Svolgimento** Cominciamo a disegnare l'istogramma dei dati del primo set di misure. Calcoliamo adesso i vari indici della distribuzione. La media è

$$\bar{M} = \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 5 + 7 \cdot 4 + 8 \cdot 2}{24} = \frac{128}{24} \simeq 5,33$$

La mediana è  $M_{ed} = 5$

La massima dispersione è  $D_{max} = 8 - 2 = 6$

La moda è 5



La probabilità che venga 2 la somma dei due dadi è  $P_2 = \frac{1}{16}$

La probabilità che venga 3 la somma dei due dadi è  $P_3 = \frac{1}{8}$

La probabilità che venga 4 la somma dei due dadi è  $P_4 = \frac{3}{16}$

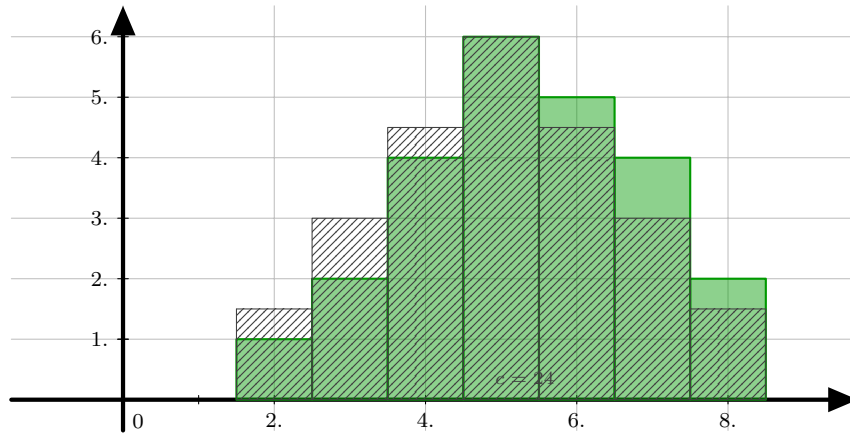
La probabilità che venga 5 la somma dei due dadi è  $P_5 = \frac{1}{4}$

La probabilità che venga 6 la somma dei due dadi è  $P_6 = \frac{3}{16}$

La probabilità che venga 7 la somma dei due dadi è  $P_7 = \frac{1}{8}$

La probabilità che venga 8 la somma dei due dadi è  $P_8 = \frac{1}{16}$

Mostriamo ora sull'istogramma questa informazione



Come si può vedere la distribuzione dei dati del campione è molto simile alla distribuzione attesa calcolata teoricamente.

Il secondo set di dati ha i seguenti indici ed è mostrato nella figura successiva.

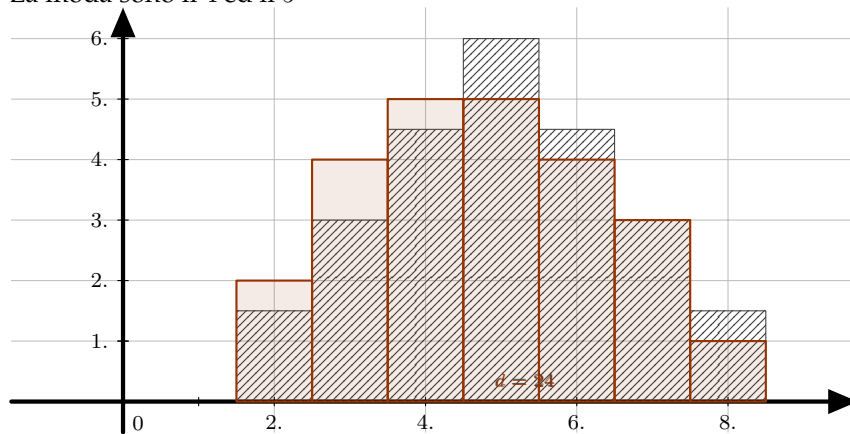
La media è

$$\bar{M} = \frac{2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 1}{24} = \frac{124}{24} \simeq 5,16$$

La mediana è  $M_{ed} = 5$

La massima dispersione è  $D_{max} = 8 - 2 = 6$

La moda sono il 4 ed il 5



Per quanto riguarda il terzo set di dati avremo:

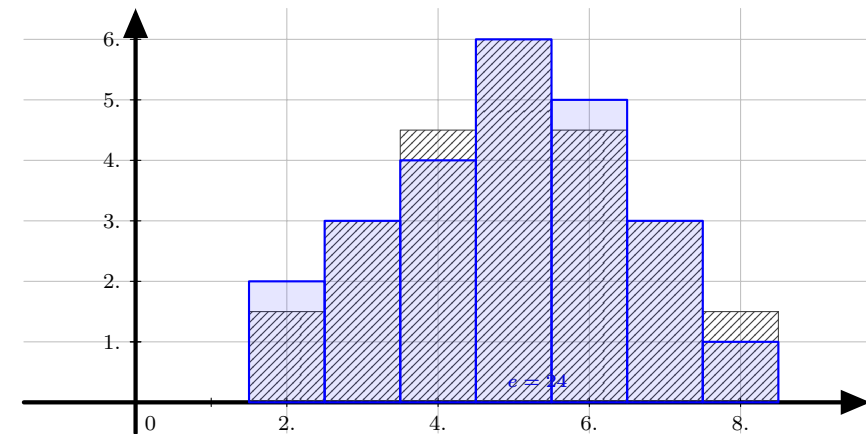
La media è

$$\bar{M} = \frac{2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 5 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 1}{24} = \frac{118}{24} \simeq 4,92$$

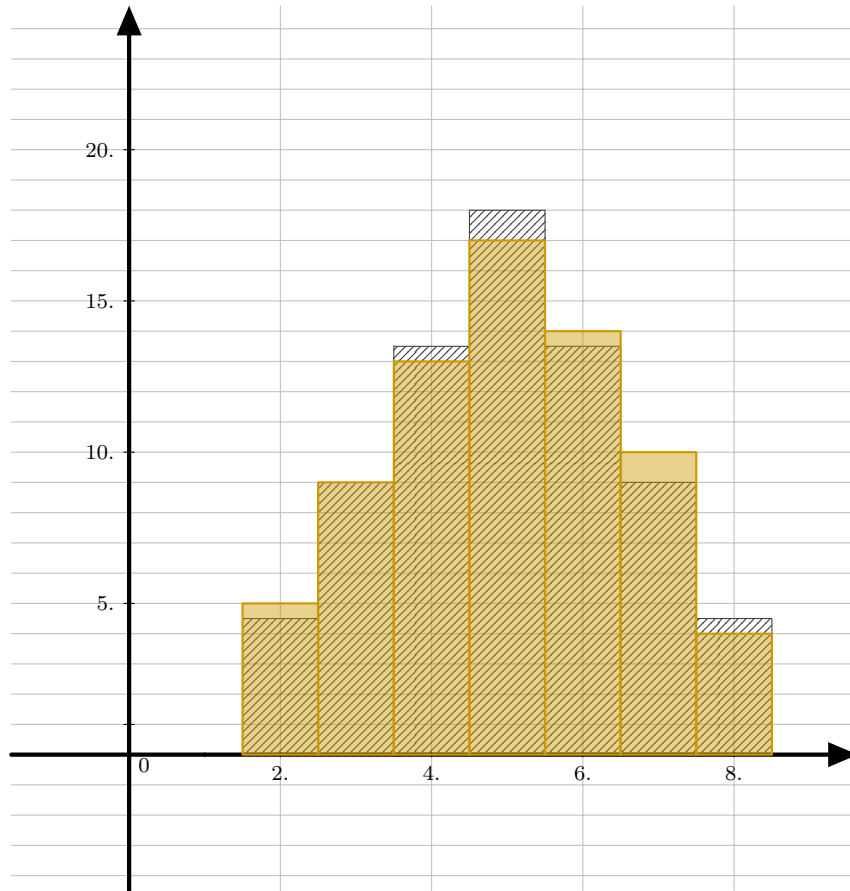
La mediana è  $M_{ed} = 5$

La massima dispersione è  $D_{max} = 8 - 2 = 6$

La moda è il 5



Adesso guardiamo come viene l'istogramma nel caso in cui uniamo tutti i dati in un unico set di dati. Potete notare come, essendoci più dati sperimentali, essi si distribuiscono in modo sempre più simile a quanto atteso teoricamente.



Nella distribuzione complessiva gli indici sono: La media è

$$\bar{M} = \frac{2 \cdot 5 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 13 + 5 \cdot 17 + 6 \cdot 14 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 4}{24} = \frac{360}{72} = 5$$

La mediana è  $M_{ed} = 5$

La massima dispersione è  $D_{max} = 8 - 2 = 6$

La moda è il 5

**Problema su: Statistica - ST0002**

**Testo** [ST0002] [2 ★ 10 ⏳ 2a 📖] Analisi di dati statistici.

- (a) Dispongo di due dadi non truccati, con 4 facce. Li lancio 24 volte e annoto in una tabella la somma dei due risultati. Questi sono i risultati ottenuti.

{5, 6, 3, 6, 5, 5, 8, 4, 7, 5, 7, 6, 5, 6, 5, 5, 6, 3, 4, 7, 5, 2, 4, 8}

Disegna l'istogramma del campione di dati ottenuti. Calcola la media, la mediana, la massima dispersione, la moda del campione statistico.

- (b)  
(c)  
(d)  
(e)  
(f)

**Spiegazione**

**Svolgimento** [ST0002] [2 ★ 10 ⏳ 2a 📖] Analisi dati di un campione statistico.

- |     |  |     |
|-----|--|-----|
| (a) |  | (d) |
| (b) |  | (e) |
| (c) |  | (f) |



## Compito in classe n°1 .

1pt.)

[AL0003] [1 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Fattorizza la seguente somma.

$$3 + 2x + 6y + 4xy$$

2pt.)

[AL0001] [1 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Risolvi il seguente sistema di disequazioni lineari.

$$\begin{cases} 3x + 2 > 2x - 4 \\ -x + 3 > x + 2 \end{cases}$$

1pt.)

[PR0002] [2 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Probabilità su eventi tra loro indipendenti.

Lanciando una coppia di dadi a sei facce, calcola la probabilità che i due dadi abbiano un valore differente

2pt.)

[CC0003] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Trovare l'equazione della retta.

Trova la retta che passa per il punto  $A(-2, -1)$  e perpendicolare alla retta  $3x + 2y = 4$

2pt.)

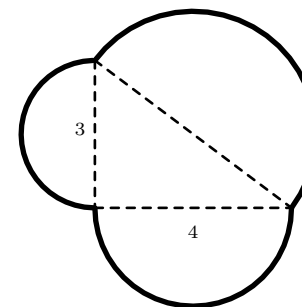
[CC0008] [2 ★ 3 ⌚ 2a 📖] Rette nel piano cartesiano.

Quanto dista il punto di intersezione delle rette  $x + 2y + 1 = 0$  e  $-2x + y - 3 = 0$  dall'origine degli assi?

1pt.)

[EU0001] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Calcolo di aree e perimetri.

Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



Totale Compito: 10 ★ 11 ⌚ La sufficienza è ottenuta con il 64% del test svolto correttamente.

## Compito in classe n°2 .

1pt.)

[AL0003] [1 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Fattorizza la seguente somma.

$$2 + 3k + 6x + 9kx$$

2pt.)

[AL0001] [1 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Risolvi il seguente sistema di disequazioni lineari.

$$\begin{cases} 7x + 2 > 3x - 4 \\ x - 3 > -2x + 3 \end{cases}$$

1pt.)

[PR0002] [2 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Probabilità su eventi tra loro indipendenti.

Lanciando una coppia di dadi a sei facce, uno rosso e uno blu, calcola la probabilità che esca un numero pari sul dado rosso ed un numero dispari sul dado blu

2pt.)

[CC0003] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Trovare l'equazione della retta.

Trova la retta che passa per il punto  $A(1, 3)$  e parallela alla retta  $2x - 3y = 4$

2pt.)

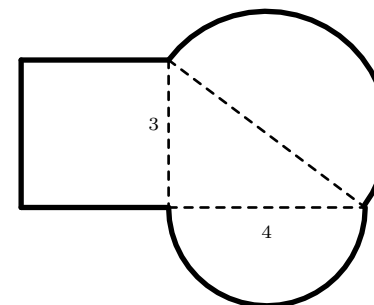
[CC0008] [2 ★ 3 ⌚ 2a 📖] Rette nel piano cartesiano.

Dati i punti  $A(2, 2)$  e  $B(-3, 4)$  trova la retta  $r$  che passa per il loro punto medio e parallela alla retta  $y = 3x - 1$ .

1pt.)

[EU0001] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Calcolo di aree e perimetri.

Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



Totale Compito: 10 ★ 11 ⌚. La sufficienza è ottenuta con il 64% del test svolto correttamente.

## Compito in classe n°3

1pt.)

[AL0003] [1 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Fattorizza la seguente somma.

$$5 + 10y + 2k + 4ky$$

2pt.)

[AL0002] [1 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Risolvi la seguente disequazione fratta.

$$\frac{x-2}{x+3} < 3$$

1pt.)

[PR0002] [2 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Probabilità su eventi tra loro indipendenti.

Lanciando una coppia di dadi a sei facce, uno rosso e uno blu, calcola la probabilità che esca un numero minore o uguale a 3 sul dado rosso ed un numero maggiore di 4 sul dado blu

2pt.)

[CC0003] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Trovare l'equazione della retta.

Trova la retta che passa per i punti  $A(-1, 4)$  e  $B(3, -2)$

2pt.)

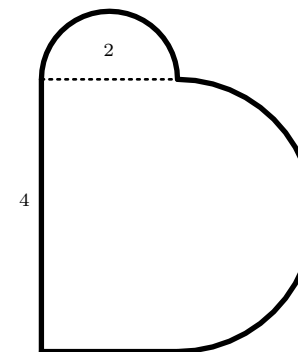
[CC0008] [2 ★ 3 ⌚ 2a 📖] Rette nel piano cartesiano.

Quanto dista il punto di intersezione delle rette  $x+y+1=0$  e  $-2x+2y-3=0$  dal punto  $C(-1; 1)$

1pt.)

[EU0001] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Calcolo di aree e perimetri.

Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



Totale Compito: 10 ★ 11 ⌚. La sufficienza è ottenuta con il 64% del test svolto correttamente.

## Compito in classe n°4 .

1pt.)

[AL0003] [1 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Fattorizza la seguente somma.

$$5 + 3k + 10x + 6kx$$

2pt.)

[AL0002] [1 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Risolvi la seguente disequazione fratta.

$$\frac{x-3}{x+2} > 3$$

1pt.)

[PR0002] [2 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Probabilità su eventi tra loro indipendenti.

Lanciando un dado a sei facce ed un dado a quattro facce, qual'è la probabilità che escano entrambi 1?

2pt.)

[CC0003] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Trovare l'equazione della retta.

Trova la retta che passa per i punti  $A(1, 1)$  e  $B(2, 3)$

2pt.)

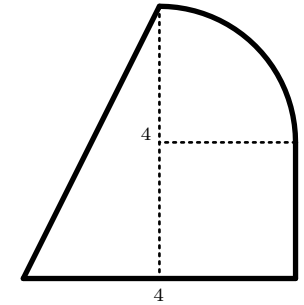
[CC0008] [2 ★ 3 ⌚ 2a 📖] Rette nel piano cartesiano.

Dati i punti  $A(1, 2)$  e  $B(-3, 4)$  trova la retta  $r$  che passa da entrambi i punti, e la retta passante per  $A$  e perpendicolare a  $r$ .

1pt.)

[EU0001] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Calcolo di aree e perimetri.

Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



Totale Compito: 10★11⌚. La sufficienza è ottenuta con il 64% del test svolto correttamente.



## Compito in classe n°5 .

1pt.)

[AL0003] [1 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Fattorizza la seguente somma.

$$x^2y + x^2k + axy + axk$$

2pt.)

[AL0002] [1 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Risolvi la seguente disequazione fratta.

$$\frac{x-2}{x+3} < 3$$

1pt.)

[PR0003] [2 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Probabilità sull'estrazione da un mazzo di carte.

Calcola la probabilità che, estraendo tre carte da un mazzo di 52 senza reintrodurle nel mazzo, si estrarrebbero tre assi.

2pt.)

[CC0003] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Trovare l'equazione della retta.

Trova la retta che passa per l'origine degli assi e parallela alla retta  $3x + 2y = 4$

2pt.)

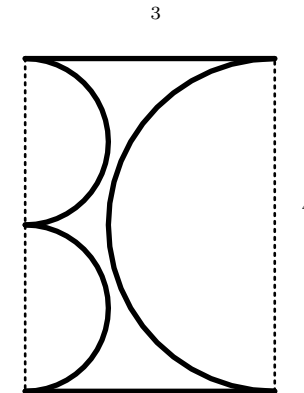
[CC0008] [2 ★ 3 ⌚ 2a 📖] Rette nel piano cartesiano.

Dati i punti  $A(-2, -1)$  e  $B(3, 2)$ , trova l'asse del segmento  $\overline{AB}$ .

1pt.)

[EU0001] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Calcolo di aree e perimetri.

Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



Totale Compito: 10 ★ 11 ⌚ La sufficienza è ottenuta con il 64% del test svolto correttamente.

## Compito in classe n°6 .

1pt.)

[AL0003] [1 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Fattorizza la seguente somma.

$$x^2 + xk + by + xy + bx + bk$$

2pt.)

[AL0006] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Risolvi il seguente sistema di disequazioni lineari.

$$\begin{cases} (x+5)(x-5) > (x+5)^2 \\ 3x+1 < 4x-5 \end{cases}$$

1pt.)

[PR0002] [2 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Probabilità su eventi tra loro indipendenti.

Lanciando una coppia di dadi a sei facce, uno rosso e uno blu, calcola la probabilità che esca un numero pari sul dado rosso ed un numero dispari sul dado blu

2pt.)

[CC0010] [3 ★ 3 ⌚ 2a 📖] Altezze di triangoli nel piano cartesiano  
Calcola l'altezza del triangolo formato dai punti  $A(1; 1)$ ,  $B(-2; 3)$  e  $C(-5; -1)$  relativamente alla base  $\overline{AC}$

2pt.)

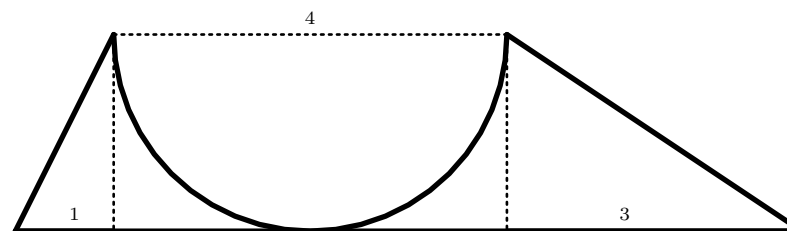
[CC0008] [2 ★ 3 ⌚ 2a 📖] Rette nel piano cartesiano.

Dati i punti  $A(1, -1)$ ,  $B(-3, 2)$ ,  $C(2, 4)$ ,  $D(4, -2)$ , trova la retta che passa per i punti medi dei segmenti  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$

1pt.)

[EU0001] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Calcolo di aree e perimetri.

Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



Totale Compito: 12 ★ 12 ⌚. La sufficienza è ottenuta con il 64% del test svolto correttamente.

## Compito in classe n°7 .

1pt.)

[AL0003] [1 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Fattorizza la seguente somma.

$$2x^2 - 3xz + 2xy - 3zy$$

2pt.)

[AL0006] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Risolvi il seguente sistema di disequazioni lineari.

$$\begin{cases} (x+3)(x-3) > (x+2)^2 \\ 2x+5 > 3x+2 \end{cases}$$

1pt.)

[PR0002] [2 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Probabilità su eventi tra loro indipendenti.

Lanciando una coppia di dadi a sei facce, uno rosso e uno blu, calcola la probabilità che esca un numero minore o uguale a 3 sul dado rosso ed un numero maggiore di 4 sul dado blu

2pt.)

[CC0010] [3 ★ 3 ⌚ 2a 📖] Altezze di triangoli nel piano cartesiano

Calcola l'altezza del triangolo formato dai punti  $A(-1, 1)$ ,  $B(2, -3)$  e  $C(5, -1)$  relativamente alla base  $\overline{BC}$

2pt.)

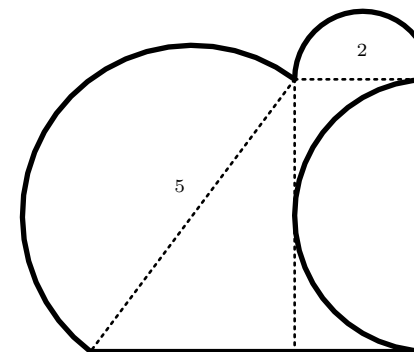
[CC0008] [2 ★ 3 ⌚ 2a 📖] Rette nel piano cartesiano.

Dati i punti  $A(1, -1)$  e  $B(-3, 2)$ , e la retta  $r : y = 2x - 3$ , trova la retta che passa per il punto medio del segmento  $\overline{AB}$  e che sia perpendicolare a  $r$

1pt.)

[EU0001] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Calcolo di aree e perimetri.

Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



Totale Compito: 12 ★ 12 ⌚. La sufficienza è ottenuta con il 64% del test svolto correttamente.

## Compito in classe n°8 .

1pt.)

[AL0003] [1 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Fattorizza la seguente somma.

$$7ax - 14a - 12x + 6x^2$$

2pt.)

[AL0004] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Risolvi la seguente disequazione fratta.

$$\frac{3}{2x+4} < \frac{1-x}{x^2-4}$$

1pt.)

[PR0002] [2 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Probabilità su eventi tra loro indipendenti.

Lanciando un dado a sei facce ed un dado a quattro facce, qual'è la probabilità che escano entrambi 1?

2pt.)

[CC0010] [3 ★ 3 ⌚ 2a 📖] Altezze di triangoli nel piano cartesiano  
Calcola l'altezza del triangolo formato dalle rette  $r$ ,  $s$ , e  $t$  di equazioni rispettivamente  $y = -1$ ,  $y = -x + 2$  e  $y = 2x + 1$  relativamente alla retta  $t$

2pt.)

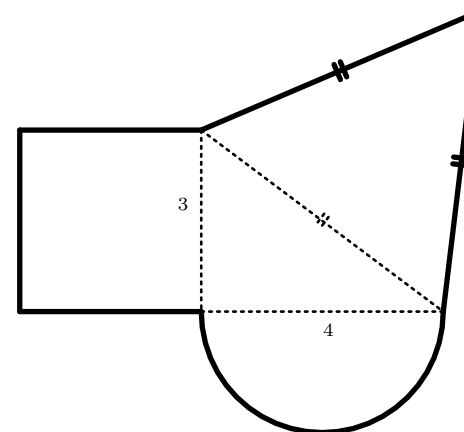
[CC0008] [2 ★ 3 ⌚ 2a 📖] Rette nel piano cartesiano.

Dati i punti  $A(1, 1)$  e  $B(3, 2)$ , e la retta  $r : y = -2x + 3$ , trova la retta che passa per il punto medio del segmento  $\overline{AB}$  e che sia parallela a  $r$

1pt.)

[EU0001] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Calcolo di aree e perimetri.

Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



Totale Compito: 12 ★ 12 ⌚. La sufficienza è ottenuta con il 64% del test svolto correttamente.

## Compito in classe n°9 .

[AL0005] [2 ★ 10 ⌚ 2a 📖] Risolvi il seguente sistema di disequazioni.

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2 - 4} + \frac{1}{x^2 + 2x + 4} \geq 0 \\ 5x - 7 \leq 4x - 4 \end{cases}$$

[CC0007] [2 ★ 10 ⌚ 2a 📖] Area e perimetri di triangoli nel piano cartesiano

Calcola l'area e il perimetro del triangolo formato dalle rette  $y = \frac{1}{2}x$ ,  $y = -x + 2$  e  $y = 2x + 5$

[CC0008] [2 ★ 3 ⌚ 2a 📖] Rette nel piano cartesiano.

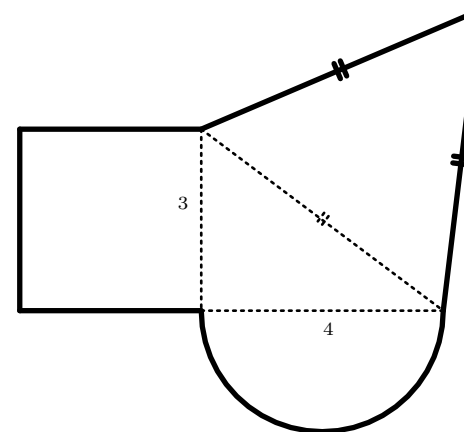
Dati i punti  $A(-2, -1)$  e  $B(3, 2)$ , trova l'asse del segmento  $\overline{AB}$ .

[PR0003] [2 ★ 1 ⌚ 2a 📖] Probabilità sull'estrazione da un mazzo di carte.

Qual'è la probabilità che estraendo due carte da un mazzo di 52 (senza rimetterle nel mazzo) la seconda carta estratta sia un asso?

[EU0001] [2 ★ 2 ⌚ 2a 📖] Calcolo di aree e perimetri.

Calcola area e perimetro esterno della figura evidenziata.



[ST0002] [2 ★ 10 ⌚ 2a 📖] Analisi di dati statistici.

Dispongo di due dadi non truccati, con 4 facce. Li lancio 24 volte e annoto in una tabella la somma dei due risultati. Questi sono i risultati ottenuti.

$$\{5, 6, 3, 6, 5, 5, 8, 4, 7, 5, 7, 6, 5, 6, 5, 5, 6, 3, 4, 7, 5, 2, 4, 8\}$$

Disegna l'istogramma del campione di dati ottenuti. Calcola la media, la mediana, la massima dispersione, la moda del campione statistico.

Totale Compito: 12★36⌚. La sufficienza è ottenuta con il 64% del test svolto correttamente.